ЗАДАЧИ М+

В тази рубрика, която се води от доц. д-р Веселин Ненков, се публикуват задачи за ученици от горните класове, за студенти и учители. Основният признак за подбор е оригиналност. Това не означава задължителна новост, защото твърдението, че една задача е нова, остава в сила до доказване на противното. Оригиналността включва естетичност и остроумие, а решаването на задачи с подобни качества изисква инициативност, откривателски подход, интелектуално усилие. Рубриката разчита на активното Ви участие както с решения, така и с предложения на задачи. Изпращайте ги на адрес:

1618 София,
ул. "Гусла" № 1
ВУЗФ
Радмила Златкова

В писмата си посочвайте училището (университета) и класа (курса), ако сте ученик (студент). Желателно е предлаганите задачи да са напечатани в два екземпляра с кратки, но пълни решения. Ще отбелязваме имената на тези, които са направили предложенията. Ако задачата е заета, посочете източника. В писмото си поставете празен плик с точния Ви адрес. Без да извършва класиране, М+ ще обсъжда изпратените решения, а най-хубавите от тях ще намерят място на страниците на рубриката и ще бъдат награждавани.

М+577. Две от цифрите на седемцифреното число N са деветки, а останалите са различни от 9 и по между си. Да се намери най-малкото N, което се дели на всичките си цифри.

(Милен Найденов, гр. Варна)

М+578. Дадени са четири поредни реда с нули и единици:

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Да се определи правилото, по което всеки следващ ред се получава от предходния и да се запише петият ред.

(Росен Николаев, гр. Варна)

М+579. Реалните числа x и y са корени съответно на:

$$8x^5-60x^4+184x^3-288x^2+231x-84=0 \text{ и}$$
$$81y^5-270y^4+378y^3-276y^2+107y-8=0.$$

Да се намери стойността на израза $2x+3y$.

(Сава Гроздев, София и Веселин Ненков, Бели Осъм)

М+580. Точките M, N и P са среди съответно на страните AB, BC и CA на неравнобедрен триъгълник ABC. Ако O е центърът на описаната около ΔMNP окръжност, да се докаже, че O лежи върху ъглополовящата на $\sphericalangle ACB$ тогава и само тогава, когато $\sphericalangle ACB=60^\circ$.

(Тодор Митев, гр. Русе)

М+581. Точката X лежи в равнината на ΔABC, като $\sphericalangle BAC=\alpha$ и $\sphericalangle BXC=x$. Ако Y е точка, за която са изпълнени равенствата $\sphericalangle ABY=\sphericalangle CBX$ и $\sphericalangle BCY=\sphericalangle ACX$, да се докаже, че $AY=\dfrac{\sin x}{\sin(x-\alpha)}AX$.

(Хаим Хаимов, гр. Варна)

М+582. Основата на четириъгълна пирамида е правоъгълник с периметър $2,8\,дм$. Дължините на страните на основата в сантиметри са различни прости числа, а дължината на височината към основата в сантиметри е равна на най-малкото съставно число. В пирамидата са разположени 25 точки, като никои три от тях не лежат на една права и никои четири не лежат в една равнина. Да се докаже, че съществува тетраедър с върхове в някои от тези точки, чийто обем е не по-голям от $5,5\,см^3$.

(Христо Лесов, гр. Казанлък)

Краен срок за изпращане на решения: 15.04.2018 г.